7. előadás (márc. 28.)

1. Gyökök, gyöktényezők [K 2.4, 2.5]

   eml.: $p(c) = 0 \iff p = (x - c)g$

   def.: (i). c k-szoros gyöke p-nek, ha $p = (x - c)^k h$

   (ii) c pontosan k-szoros gyöke p-nek, ha $p = (x - c)^k h$,

   és $h(c) \neq 0$.

Áll.: Ha p gyökei $c_1, c_2, \ldots, c_t$, rendre $k_1, k_2, \ldots, k_t$ *multiplicitással*, akkor

$p = a(x - c_1)^{k_1}(x - c_1)^{k_2} \ldots (x - c_1)^{k_t} g$, ahol a konstans, és

g-nek nincs gyöke az adott testben.

2. Pol. és pol.fgv. kapcsolata

   (i) $f, g \in T[x], T = \{t_1, t_2, \ldots, t_n\}$ véges test esetén

   $f(x) = g(x) \iff f - g = (x - t_1)(x - t_2) \ldots (x - t_n)h$,

   ahol $h \in T[x]$ tetszőleges

   (ii) $f, g \in T[x]$, T végtelen test esetén

   $$f(x) = g(x) \iff f = g$$

3. Gyökök és együtthatók összefüggései [K 2.5]

   Ha $f = a(x - c_1) \cdot \ldots \cdot (x - c_n)$ (azaz f-nek létezik *teljes gyöktényezős* alakja), akkor f együtthatói kifejezhetők a gyökökkel (és a-val):

$$a_n = a \text{ (az } f \text{ főegyütthatója)},$$

$$a_{n-1} = -a \sum c_i,$$

$$a_{n-2} = a \sum c_i c_j,$$

$$a_{n-3} = -a \sum c_i c_j c_k,$$

$$\ldots$$

$$a_0 = a(-1)^n c_1 c_2 c_3 \ldots c_n .$$