

Algebra és számelmélet 2-tk, 2017. tavasz
4. gyakorlat

1. Írjuk fel az alábbi számokat trigonometrikus alakban:

(a) $-\sqrt{2} + i\sqrt{6}$; (b) $\sin 100^\circ + i \cos 100^\circ$; (c) $\cos 20^\circ + i \sin 70^\circ$.

2. Végezzük el (trigonometrikus alak segítségével) az alábbi műveleteket:

(a) $\sqrt[6]{8i}$; (b) $\sqrt[5]{-3 - i\sqrt{3}}$; (c) $\left(\frac{i + \sqrt[3]{i}}{\sqrt{3}}\right)^{2017}$.

3. (a) Melyik pontba kerül a $(-2, 5)$ pont, ha az origó körül (i) 90° ; (ii) 60° fokkal elforgatjuk?
(b) Melyik pontba kerül a $(-2, 5)$ pont, ha az $(1, 8)$ pont körül (i) 90° ; (ii) 60° fokkal elforgatjuk?

4. Hol helyezkednek el a síkon azok a pontok, amelyeknek megfelelő z komplex számokra

(a) $\operatorname{Im}(3i - 5z) = 7$; (b) $\operatorname{Re}(2iz + 5 + 8i) > 9$; (c) $|z - 3 + 8i| \leq 1$;
(d) $|z| = 2 \cdot \operatorname{Im} z$; (e) $|z - 5i| \geq |z + i|$; (f) $z = 3/\bar{z}$;
(g) $z = -3/\bar{z}$; (h) $|z| = -iz$; (i) $|z| = 3iz$?

5. Hol helyezkednek el a síkon azok a pontok, amelyeknek megfelelő z komplex számokra

(a) $(1 + i)\bar{z} = z\sqrt{2}$; (b) $(z + 1)/(z + 3)$ tiszta képzetes?

6. Hogyan fejezhetjük ki $\cos 7x$ -et $\cos x$ és $\sin x$ segítségével?

7. (a) Számítsuk ki $(1 + i)^n$ trigonometrikus alakját.

(b) Adjuk meg az $\binom{n}{0} - \binom{n}{2} + \binom{n}{4} - \binom{n}{6} + \dots$ összeget zárt alakban.

8. Adjuk meg zárt alakban a $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \dots + \sin 99x$ kifejezést.

9. Egy háromszög két oldalára kifelé négyzeteket rajzolunk. Mutassuk meg, hogy e négyzetek középpontjai és a háromszög harmadik oldalának a felezőpontja egy egyenlő szárú derékszögű háromszög csúcsai.

