

Algebra és számelmélet 2-tk, 2017. tavasz
5. gyakorlat

1. (a) Határozzuk meg az összes 2017-edik egységgyök összegét.
(b) Határozzuk meg az összes 2017-edik egységgyök reciprokának összegét.
(c) Legyen n és k pozitív egész. Határozzuk meg az n -edik egységgyökök k -adik hatványának összegét.
2. (a) Igazoljuk, hogy egységgyök reciproka, (-1) -szerese és két egységgyök szorzata is egységgyök.
(b) Mutassuk meg, hogy két egységgyök összege akkor és csak akkor egységgyök, ha szögeik különbsége $\pm 120^\circ$.
3. (a) Legyen ε egységgyök, $o(\varepsilon) = n$. Határozzuk meg $o(-\varepsilon)$ és $o(\varepsilon^k)$ értékét. (Itt k egész szám.)
(b) Legyen ε és ψ egységgyök, $o(\varepsilon) = n$, $o(\psi) = t$. Mutassuk meg, hogy $\frac{[n, t]}{(n, t)} \mid o(\varepsilon\psi) \mid [n, t]$ (ahol $(,)$ a legnagyobb közös osztót, $[,]$ a legkisebb közös többszöröst jelöli).
4. Legyen n pozitív egész. Határozzuk meg a primitív n -edik egységgyökök szorzatát.
5. Legyen n és k pozitív egész, $(n, k) = 1$. Mutassuk meg, hogy
(a) egy n -edik és egy k -adik egységgyök szorzata nk -adik egységgyök;
(b) minden nk -adik egységgyök egyértelműen előállítható egy n -edik és egy k -adik egységgyök szorzataként.