

Kérjük, ügyeljen a pontos fogalmazásra és a megfelelő indoklásokra. Indoklás nélküli eredményért nem jár pont. Segédeszköz nem használható. Az esetleges elrontott részeket egyértelműen húzza át. Valamennyi feladat 10 pontot ér. Jó munkát!

1. Mi a hányados és a maradék, ha az  $x^4 + 2x^2 - 3x + 5$  polinomot maradékosan elosztjuk az  $x^2 + 4x + 4$  polinommal?
2. A  $3x^3 + cx - 3i$  polinom három gyöke közül az egyik egy másiknak a reciproka. Határozza meg  $c$  értékét.
3. Az  $f = x^3 + d_2x^2 + d_1x + d_0$  egész együtthetős polinomban  $d_2$  páros szám, és  $d_1$  olyan páros szám, amely nem osztható 4-gyel. Bizonyítsa be, hogy nem lehet  $f$  mindhárom gyöke racionális szám.
4. Igaz vagy hamis?
  - (a) Ha  $z$  primitív 80-adik egységgyök, akkor  $z^{40} = -1$ .
  - (b) Ha  $z^{40} = -1$ , akkor  $z$  primitív 80-adik egységgyök.
5. Lássa be, hogy  $x^2 + 1 \mid x^{4m} + x^{4n+1} + x^{4r-2} + x^{4s-1}$ , ahol  $m, n, r, s$  tetszőleges pozitív egészek.
6. Hány nem konstans, 1 főegyütthetős, valós együtthetős polinom létezik, amelynek minden gyöke primitív 20-adik egységgyök, de egyik gyöke sem többszörös?