

## **1. Algebra és Számelmélet 2-tk vizsgatájékoztató, 2016/17 tavasz**

A szóbeli vizsga menete: A vizsgázó egy kérdéspárt húz, az egyik egy tétel részletes bizonyítással, a másik egy kisebb témakör áttekintése bizonyítások nélkül. A vizsgatematikán és írószeren kívül más segédeszköz nem használható. A felkészülésre fordítható idő legalább 30 perc.

A szóbeli vizsga értékelése (részjegye): A legalább elégséges részjegy feltétele a tételek és definíciók pontos, értő(!) ismerete, konkrét esetekben történő felismerése, alkalmazása. Ezek hiányában a vizsga elégtelen, és utóvizsgázni kell. Aki a részletes bizonyítással kért tételnél a bizonyítást egyáltalán nem tudja/érti, az a vizsgán nem kaphat 2-esnél jobb részjegyet. Az 5-ös részjegyhez apróbb hibáktól, hiányoktól eltekintve mindent (jól) kell tudni.

A kurzus vizsgajegye: Ha a hallgató átment a vizsgán, akkor -- a félév eleji tájékoztatónak megfelelően -- egy 2-től 5-ig terjedő részjegyet kap, ami feles osztályzat is lehet. A részjegybe a két húzott kérdés egyforma súllyal számít be. A végső osztályzat ennek a részjegynek és a gyakorlaton kapott részjegynek a számtani közepe egészre kerekítve.

Vizsgára jelentkezés, időbeli ütemezés: Kérjük, hogy aki (a gyakorlat alapján) nem jogosult vagy nem jön vizsgázni, időben jelentkezzen le az adott napról -- ezzel egyrészt zsúfolt vizsganapokon lehetővé teheti mások feljelentkezését, másrészt elkerüli az anyagi és egyéb szankciókat. Egy adott napon belül -- legfeljebb 14 vizsgázó esetén -- a vizsga kezdetére a Neptun szerinti aznapi ABC-sorrendben az első 4 hallgató jelenjen meg, majd egy óra múlva az ötödik, és utána 20 percenként egy-egy újabb vizsgázó. Ha 15-20 körüli az aznapi vizsgára jelentkezettek száma, akkor a fenti létszámok megduplázódnak.

Speciális kérések: Ha valakinek *indokolt* külön kérése van (pl. mindenképpen az elején vagy éppen a végén szeretne vizsgázni, stb.) írjon legkésőbb 48 órával a vizsga előtt egy emailt a következő mindkét címre: gsomlai@cs.elte.hu, hp@cs.elte.hu, és akkor ezt (lehetőleg) figyelembe véve az aznapi vizsgázók kapnak előre egy emailos értesítést a pontos időbeosztásról. Egy vizsga átlagos időtartama 20-25 perc, de nem számítható ki pontosan, ezért előfordulhatnak várakozási idők, azonban ezeket igyekszünk minimalizálni.

Dresszkód: NINCS! (A vizsga nem ünnepélyes alkalom, hanem munkaesemény, ezért úgy öltözzenek, ahogyan a legkényelmesebbnek érzik, és ahogyan a legjobb szellemi teljesítményt tudják nyújtani.)

Konzultációk: A vizsgák előtti hétfőn 8-10, a helyszínek a Neptunban olvashatók a másnapi vizsgára vonatkozó megjegyzések között.

## **2. Vizsgatematika**

Jelmagyarázat. A zárójelben álló F-fel illetve K-val kezdődő sorszámok a Freud R. : *Lineáris algebra*, illetve a Kiss E.: *Bevezetés az algebrába* tankönyv megfelelő fejezeteire, illetve azon belüli szakaszra utalnak. A zárójelben szereplő BN azt jelenti, hogy az adott tétel bizonyítására nem került sor sem az előadáson, sem a gyakorlaton (így a bizonyítást a vizsgán sem kérdezzük).

Lineáris egyenletrendszerek [F 3.1]: Kétféle ekvivalens átalakítás → Gauss-féle kiküszöbölés (elimináció), redukált lépcsős alak. A megoldhatóság és a megoldások leolvasása a redukált lépcsős

alakból. Homogén lineáris egyenletrendszerek, az egyenletek és az ismeretlenek számának a viszonya milyen hatással lehet a megoldások számára.

Kapcsolat a homogén és az inhomogén rendszer megoldásai között.

Gyűrű és test [F A.2]: A gyűrű és test fogalma, jelölések, példák.

Mátrixok [F 2.1 – 2.2]: Háromféle művelet, ezek tulajdonságai [többnyire BN],  $T^{n \times n}$  mint gyűrű, egységmátrix, nullosztók, inverz.

Lineáris egyenletrendszer mátrix-alakja [F 3.1.5]. (Homogén) lineáris egyenletrendszerek alkalmazásai: „Páratlanváros” [F 9.4], „szép” polinomok [F 9.1].

A harmadfokú egyenlet megoldóképlete [K 1.2]:  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  visszavezetése

$y^3 + py + q = 0$ -ra, Cardano-képlet.

Komplex számok [K 1.2 – 1.3 – 1.4]: Algebrai és trigonometrikus alak, ábrázolás a komplex számsíkon. Valós és képzetes rész, konjugált. Műveletek, összeg és szorzat konjugáltja.  $\mathbb{C}$  test az összeadásra és a szorzásra, a szorzás és a trigonometrikus alak kapcsolatát leíró Moivre-tétel, hatványozás, gyökvonás. Négyzetgyökvonás az algebrai alak segítségével. Egységgyökök [K 1.5]: számuk, elhelyezkedésük az  $O$  középpontú egységkörön, egy szám  $n$ -edik gyökeinek felírása az  $n$ -edik egységgyökök segítségével. Egységgyök rendje, a rendre vonatkozó oszthatósági tétel. Egységgyökök jellemzése hosszuk és szögük segítségével, a rend leolvasása a szögből. A rend mint a különböző hatványoknak a száma. Az  $n$ -edik egységgyökök előállítása egy primitív  $n$ -edik egységgyök összes hatványaiként.

Polinomok. Polinomfüggvények [K 2.4]: Helyettesítési érték, gyök. (Formális) polinomok [K 2.1 – 2.5]: test fölötti polinom, főegyüttható, fok, különböző polinomokhoz tartozhat-e ugyanaz a polinomfüggvény: pontosan akkor, ha a test véges; a polinomok azonossági tétele.  $T[x]$  kommutatív, egységelemes nullosztómentes gyűrű, de nem test. Gyök és gyöktényező kapcsolata, többszörös gyök. Horner-elrendezés. Teljes gyöktényező alak, az „algebra alaptétele” [BN], következmény valós együtthatós polinomokra, a gyökök száma legfeljebb a fok. Gyökök és együtthatók összefüggései.

Polinomok számelmélete [K 3.5]: Számelméleti alapfogalmak. Maradékos osztás létezése és egyértelműsége  $T[x]$ -ben. Következmény: a SZAT teljesülése. Irreducibilis polinomok, irreducibilitás és gyök nem-létezésének kapcsolata, irreducibilis polinomok  $\mathbb{C}$  és  $\mathbb{R}$  fölött.

$\mathbb{Z}$ ,  $T[x]$  és  $\mathbb{Z}[x]$  számelméletének összehasonlítása. SZAT  $\mathbb{Z}[x]$ -ben [BN].

Interpoláció [K 2.4.12 és 2.4.13 Gy]: Az interpoláció tétele  $T[x]$ -ben. Ellenpélda  $\mathbb{Z}[x]$ -ben.

Körosztási polinomok [K 3.9]:  $\Phi_m$  foka  $\varphi(m)$ ,  $x^k - 1$  előállítása körosztási polinomok szorzataként  $\rightarrow$  rekurzió. Köv.:  $\Phi_m$  egész együtthatós [BN] és irreducibilis  $\mathbb{Q}[x]$ -ben [BN].

Többváltozós polinomok [K 2.7]: A szimmetrikus polinomok alaptétele [BN].