

1. Végezzük el a következő műveleteket a megadott valós együtthatós polinomokra:

$$(5x^3 - 2x + 3) \cdot (4x^2 - x + 6) + 8x - 9.$$

2. Mekkora lehet a foka az  $f + g$  polinomnak, ha

(a)  $f$  2019-edfokú,  $g$  pedig 1222-edfokú;

(b)  $f$  és  $g$  egyaránt 2019-edfokú?

3. Alakítsuk szorzattá az  $x^5 - x^4 - 3x^3 + 4x^2 - x - 6$  polinomot, ha tudjuk, hogy  $-1$  és  $2$  is gyöke.

4. Írjuk fel az  $f = 2x^5 - 2x^4 + x^2 - 3x - 6$  polinomot  $f = (x + 2)g + c$  alakban, ahol  $g$  alkalmas polinom,  $c$  pedig konstans.

5. Határozzuk meg az  $x^5 + 4x^4 + 7x^3 + 18x^2 + 36x + 24$  polinom racionális gyökeit és azok multiplicitását.

6. Legyenek az  $f = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  polinom együtthatói egészek és tegyük fel, hogy  $k$  egész szám. Mutassuk meg, hogy ha  $f$ -et felírjuk  $f = (x - k)g + c$  alakban, (ahol  $g$  alkalmas polinom és  $c$  konstans) akkor  $g$  mindegyik együtthatója és  $c$  is egész szám.

7. Határozzuk meg az  $a$  és  $b$  számokat úgy, hogy a  $2x^4 - 5x^3 + ax + b$  polinomnak a  $3$  többszörös (azaz: legalább kétszeres) gyöke legyen.

8. (a) Legyenek  $f$  és  $g$  egész együtthatós polinomok,  $g$  főegyütthatója  $1$ . Maradékosan osztjuk  $f$ -et  $g$ -vel:  $f = hg + m$ , ahol  $h$  alkalmas polinom,  $m$  pedig vagy nulla, vagy a foka kisebb  $g$  fokánál. Mutassuk meg, hogy  $h$  és  $m$  együtthatói is egészek.

(b) Tegyük fel, hogy egy egész együtthatós polinom öt különböző egész helyen vett helyettesítési értéke  $2017$ . Mutassuk meg, hogy ekkor semmilyen egész helyen sem veheti fel a  $2031$ -et.

9. Számítsuk ki a  $\Phi_{32}(x)$  körosztási polinom együtthatóit.